

Összefoglalás a háromszögekről

- Háromszög egyenlőtlenség:** A háromszög bármely két oldalhosszának összege nagyobb a harmadik oldalának hosszánál.
- Háromszög szögeire vonatkozó tételek:**
 - Belső szögeinek összege 180°
 - Külső szögeinek összege 360°
 - Egyik külső szöge megegyezik a két nem mellette fekvő belső szög összegével.
- Háromszög oldalaira és szögeire vonatkozó tételek:**
 - Egy háromszögben akkor és csak akkor van két egyenlő hosszúságú oldal, ha a velük szemben lévő szögek is megegyeznek.
 - Egy háromszögben akkor és csak akkor nagyobb az egyik oldal a másuknál, ha a nagyobbbal szemben nagyobb szög van.
- A háromszögek nevezetes vonalai, pontjai és körei**
 - Magasságvonalak, magasság**
 - Definíció magasságvonal:** A magasságvonalak a csúcsból a szemközti oldal egyenesére állított merőleges egyenesek.
 - Definíció magasság:** A magasság a csúcs és a szemben levő oldal távolsága.
 - Tétel:** A magasságvonalak egy pontban metszik egymást, ez a magasságpont.
 - Következmény:** A magasságpont hegyesszögű háromszögben a háromszögön belül, derékszögű háromszög esetén derékszögű csúcsba, tompaszögű háromszög esetén a háromszögön kívül esik.
 - Oldalfelező merőlegesek**
 - Definíció:** a háromszög két csúcsától egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkon.
 - Tétel:** A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban metszik egymást.
 - Következmény:** Ez a pont a háromszög köré írt kör középpontja. Hegyesszögű háromszögben a háromszögön belül, *derékszögű háromszög esetén az átfogó középpontjába*, tompaszögű háromszög esetén a háromszögön kívül esik. (*Thalesz tétel megfordítása*)
 - A háromszög belső szögfelezői**
 - Definíció:** a háromszög két oldalától egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkon.
 - Tétel:** A háromszög szögfelezői egy pontban metszik egymást.
 - Következmény:** Ez a pont a háromszögbe írt kör középpontja.
 - A háromszög súlyvonalai**
 - Definíció:** A csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakasz.
 - Tétel:** A háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást. Ez a pont a súlypont. A súlypont a súlyvonalakat 1:2 arányban osztja, a hosszabbik fele a csúcs felé van.
 - A háromszög középvonalai**
 - Definíció:** A háromszög két oldalfelező pontját összekötő szakasz.
 - Tétel:** A háromszög középvonalai párhuzamosak a szemközti oldallal és hosszuk annak fele.
- Háromszög területe:** $T = \frac{a \cdot m_a}{2}$
- Nevezetes háromszögek:**
 - Szabályos háromszög:** Minden oldala és szöge megegyezik.
 - Magassága: $m = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
 - Szimmetriái: Három szimmetriatengelye van, forgásszimmetrikus 120° -kal.
 - Derékszögű háromszög:** (egyik szöge 90° -os)
 - Pitagorasz-tétel: Derékszögű háromszögben a befogók hosszának négyzetösszege egyenlő az átfogó hosszának négyzetével.
 - Pitagorasz-tétel megfordítása: Ha egy háromszög két oldalhosszának négyzetösszege egyenlő a harmadik oldal négyzetével, akkor a háromszög derékszögű.
 - Területe: $T = \frac{ab}{2}$
 - Egyenlőszárú háromszög:** (2 oldala=szára egyenlő hosszú)
 - Tengelyesen szimmetrikus
 - Alapon fekvő szögei megegyeznek, szárszögnek nevezzük a szárak által bezárt szöget.
- Thalesz tétel:** Ha a kör átlójának két végpontját összekötjük a körvonal egy, ezektől különböző, pontjával derékszögű háromszöget kapunk.

Összefoglalás a háromszögekről

- Háromszög egyenlőtlenség:** A háromszög bármely két oldalhosszának összege nagyobb a harmadik oldalának hosszánál.
- Háromszög szögeire vonatkozó tételek:**
 - Belső szögeinek összege 180°
 - Külső szögeinek összege 360°
 - Egyik külső szöge megegyezik a két nem mellette fekvő belső szög összegével.
- Háromszög oldalaira és szögeire vonatkozó tételek:**
 - Egy háromszögben akkor és csak akkor van két egyenlő hosszúságú oldal, ha a velük szemben lévő szögek is megegyeznek.
 - Egy háromszögben akkor és csak akkor nagyobb az egyik oldal a másuknál, ha a nagyobbbal szemben nagyobb szög van.
- A háromszögek nevezetes vonalai, pontjai és körei**
 - Magasságvonalak, magasság**
 - Definíció magasságvonal:** A magasságvonalak a csúcsból a szemközti oldal egyenesére állított merőleges egyenesek.
 - Definíció magasság:** A magasság a csúcs és a szemben levő oldal távolsága.
 - Tétel:** A magasságvonalak egy pontban metszik egymást, ez a magasságpont.
 - Következmény:** A magasságpont hegyesszögű háromszögben a háromszögön belül, derékszögű háromszög esetén derékszögű csúcsba, tompaszögű háromszög esetén a háromszögön kívül esik.
 - Oldalfelező merőlegesek**
 - Definíció:** a háromszög két csúcsától egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkon.
 - Tétel:** A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban metszik egymást.
 - Következmény:** Ez a pont a háromszög köré írt kör középpontja. Hegyesszögű háromszögben a háromszögön belül, *derékszögű háromszög esetén az átfogó középpontjába*, tompaszögű háromszög esetén a háromszögön kívül esik. (*Thalesz tétel megfordítása*).
 - A háromszög belső szögfelezői**
 - Definíció:** a háromszög két oldalától egyenlő távolságra levő pontok halmaza a síkon.
 - Tétel:** A háromszög szögfelezői egy pontban metszik egymást.
 - Következmény:** Ez a pont a háromszögbe írt kör középpontja.
 - A háromszög súlyvonalai**
 - Definíció:** A csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakasz.
 - Tétel:** A háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást. Ez a pont a súlypont. A súlypont a súlyvonalakat 1:2 arányban osztja, a hosszabbik fele a csúcs felé van.
 - A háromszög középvonalai**
 - Definíció:** A háromszög két oldalfelező pontját összekötő szakasz.
 - Tétel:** A háromszög középvonalai párhuzamosak a szemközti oldallal és hosszuk annak fele.
- Háromszög területe:** $T = \frac{a \cdot m_a}{2}$
- Nevezetes háromszögek:**
 - Szabályos háromszög:** Minden oldala és szöge megegyezik.
 - Magassága: $m = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
 - Szimmetriái: Három szimmetriatengelye van, forgásszimmetrikus 120° -kal.
 - Derékszögű háromszög:** (egyik szöge 90° -os)
 - Pitagorasz-tétel: Derékszögű háromszögben a befogók hosszának négyzetösszege egyenlő az átfogó hosszának négyzetével.
 - Pitagorasz-tétel megfordítása: Ha egy háromszög két oldalhosszának négyzetösszege egyenlő a harmadik oldal négyzetével, akkor a háromszög derékszögű.
 - Területe: $T = \frac{ab}{2}$
 - Egyenlőszárú háromszög:** (2 oldala=szára egyenlő hosszú)
 - Tengelyesen szimmetrikus
 - Alapon fekvő szögei megegyeznek, szárszögnek nevezzük a szárak által bezárt szöget.
- Thalesz tétel:** Ha a kör átlójának két végpontját összekötjük a körvonal egy, ezektől különböző, pontjával derékszögű háromszöget kapunk.